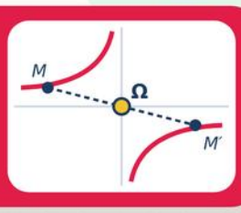
2AS

عناصر التناظر

من إعداد: Boussa Rania

f دالة عددية معرفة على D_f و C_f منحناها في المعلم $(O\ ;\ i\ ,\ j)$



① إثبات أن $\Omega(a\ ;\ b)$ مركز تناظر لـ C_f

ثلاث طرق — والفكرة واحدة: النقطتان المتناظرتان منتصفهما Ω

1 الطريقة الأولى

من أجل كل x من D_f:

$$(2a - x) \in D_f$$

و

$$f(2a - x) + f(x) = 2b$$

2 الطريقة الثانية

من أجل كل x حيث:

$$(a - x) \in D_f$$

$$(a + x) \in D_f$$

$$f(a - x) + f(a + x) = 2b$$

3 بتغيير المعلم

$$\begin{cases} x = X + a \\ y = Y + b \end{cases}$$

نكتب معادلة C_f في المعلم الجديد

$$(\Omega\ ;\ i\ ,\ j) : Y = g(X)$$

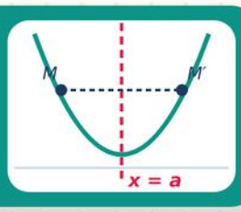
$$g(-X) = -g(X)$$

⬅ نثبت أن g دالة فردية

✏️ **مثال:** $f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$ ، نبيّن أن $\Omega(1\ ;\ 2)$ مركز تناظر

$$f(2 - x) + f(x) = 2 + \frac{3}{1-x} + 2 + \frac{3}{x-1} = 4 = 2 \times 2 \ \checkmark$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \ : \ x \neq 1 \Rightarrow 2 - x \neq 1$$



② إثبات أن المستقيم $x = a$ محور تناظر لـ C_f

ثلاث طرق — والفكرة واحدة: النقطتان المتناظرتان لهما **نفس الصورة**

1 الطريقة الأولى

من أجل كل x من D_f:

$$(2a - x) \in D_f$$

و

$$f(2a - x) = f(x)$$

2 الطريقة الثانية

من أجل كل x حيث:

$$(a - x) \in D_f$$

$$(a + x) \in D_f$$

$$f(a - x) = f(a + x)$$

3 بتغيير المعلم

$$\begin{cases} x = X + a \\ y = Y \end{cases}$$

نكتب معادلة C_f في المعلم الجديد، حيث $\Omega(a\ ;\ 0)$

$$(\Omega\ ;\ i\ ,\ j) : Y = g(X)$$

$$g(-X) = g(X)$$

⬅ نثبت أن g دالة زوجية

✏️ **مثال:** $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ، نبيّن أن المستقيم $x = 2$ محور تناظر $(D_f = \mathbb{R})$

$$f(4 - x) = (4 - x)^2 - 4(4 - x) + 1 = 16 - 8x + x^2 - 16 + 4x + 1$$

$$= x^2 - 4x + 1 = f(x) \ \checkmark$$

🎯 **مركز تناظر** $\Omega(a\ ;\ b)$
المجموع $= 2b$ ⬅ **g فردية**

📏 **محور تناظر** $x = a$
الصورتان متساويتان ⬅ **g زوجية**