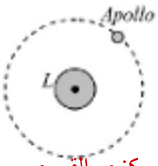
سلسلة تمارين كواكب واقمار

- **التمرين الأول:**



ـ المركبة الفضائية أبولو $(Apollo)$ حملت فريق رواد الفضاء إلى سطح القمر سنة 1968، حيث حلقت في مدار دائري حول مركز القمر، و على ارتفاع ثابت من سطحه $h = 110\,km$.

1. حدد إسم المرجع المناسب لدراسة حركة المركبة الفضائية أبولو $(Apollo)$ حول القمر. المرجع المركزي القمري

2. نفرض أن المركبة الفضائية أبولو $(Apollo)$ تخضع إلى تأثير قوة الجذب العام بين القمر و المركبة الفضائية أبولو التي نعبر عن شدتها بدلالة كتلتها m_A و شدة الجاذبة g في نقطة من الفضاء المجاور للقمر بالعلاقة: $F = m_A g$.

1.2. أثبت العلاقة التالية $g = G\dfrac{M_L}{(R+h)^2}$، حيث M_L كتلة القمر، و G ثابت الجذب العام، R نصف قطر القمر، h الارتفاع عن سطح القمر.

2.2. أحسب شدة الجاذبية g_0 على سطح القمر.

3.2. تأكد أن عبارة الجاذبية g تعطى بالعلاقة: $g = g_0\dfrac{R^2}{(R+h)^2}$.

4.2. أحسب شدة الجاذبية عند مدار المركبة الفضائية أبولو $(Apollo)$.

3ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، عبر عن سرعة أبولو v_A بدلالة g_0 و R و h.

4. عبر عن الدور T_A لحركة المركبة $(Apollo)$ بدلالة g_0 و R و h، ثم أحسب قيمته العددية.

المعطيات ـ نصف قطر القمر: $R = 1,74\times10^3\,km$.

ـ ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}\,SI$ ـ كتلة القمر: $M_L = 7,34\times10^{22}\,kg$.

الحل:

1/ إثبات العلاقة: $g = G\dfrac{M_L}{(R+h)^2}$.

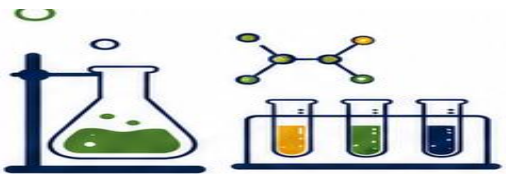
$F = m_A g$ — ①

$F = G\dfrac{M_L m_A}{(R+h)^2}$ — ②

من ① و ② نجد:

$m_A g = G\dfrac{M_L m_A}{(R+h)^2} \Rightarrow \boxed{g = G\dfrac{M_L}{(R+h)^2}}$ — ③

ـ حساب الجاذبية على سطح القمر: $h = 0$ على سطح القمر: بالتعويض في العلاقة السابقة نجد:





الأستاذة
رباعي شهيرة

$$g_0 = G\frac{M_L}{R^2}$$

$$g_0 = 6{,}67\times10^{-11}\ \frac{7{,}34\times10^{22}}{(1{,}74\times10^{3})^2} \Rightarrow g_0 = 1{,}62\ m/s^2$$

3.2 / التأثر من العلاقة:

$$g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}$$

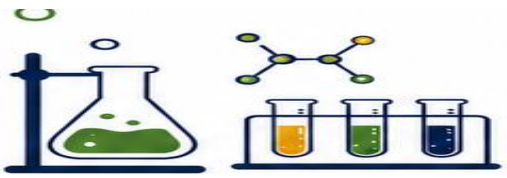
$$g_0 = \frac{GM_L}{R^2} \quad -①$$

$$g = \frac{GM_L}{(R+h)^2} \quad -②$$

بقسمة ① على ② نجد:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{GM_L}{(R+h)^2}\times\frac{R^2}{GM_L} \Rightarrow \frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}$$





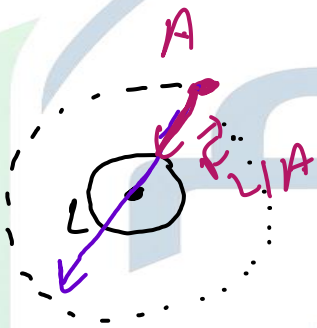
الأستاذة
رباعي شهيرة

حساب شدة الجاذبية عند مدار المركبة الفضائية:

$$g = g_0 \frac{R}{(R+h)^2} = 1{,}62 \frac{(1{,}74\times10^6)^2}{(1{,}74\times10^6+1{,}1\times10^6)^2}$$

$$\boxed{g = 1{,}43\ m/s^2}$$

عبارة السرعة V_h بدلالة: h ، R ، g_0.



- المجموعة: المركبة الفضائية.
- المرجع: المركزي القمري (عطالي كفاية).
- القوة: $\vec{F}_{L/A}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

$$\sum \vec{F} = m_A \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على المحور الناظمي نجد:

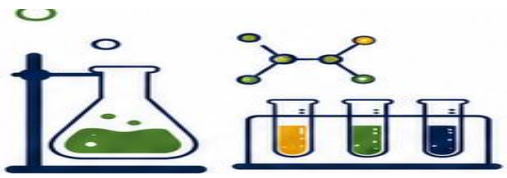
$$F = m_A a_n$$

$$m_A g = m_A \frac{V^2}{(R+h)}$$

$$g_0 \frac{R}{(R+h)^2} = \frac{V^2}{R+h}$$

$$V^2 = \frac{(g_0 R)(R+h)}{(R+h)^2} \Rightarrow V^2 = \frac{g_0 R}{(R+h)}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{g_0 R}{R+h}}$$





$T = \frac{2\pi r}{v}$

التعبير الحرفي لدور T_A بدلالة: h ، R ، g_0:

$$T_A = \frac{2\pi(R+h)}{v_A}$$

وعليه:

$$v_A = \sqrt{g_0 \frac{R^2}{(R+h)}}$$

$$T_A = \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{g_0 R^2}{(R+h)}}} = 2\pi(R+h)\sqrt{\frac{(R+h)}{g_0 R^2}}$$

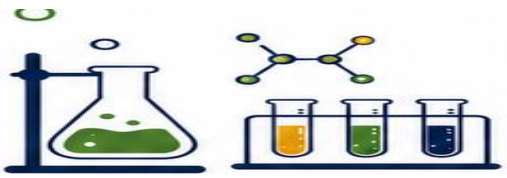
$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0 R^2}}$$

حساب الدور:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{(1{,}74\times10^6 + 1{,}10\times10^5)^3}{1{,}67\times(1{,}74\times10^6)^2}}$$

$$T_A = 7138{,}89\ s$$

طريقكم نحو التميز





الأستاذة
رباعي شهيرة