2AS

ملخص الاشتقاقية

خريطة ذهنية — السنة الثانية ثانوي

من إعداد: Boussa Rania ✍️

الاشتقاقية $f'(x_0)$

1 قابلية الاشتقاق عند عدد x_0

f قابلة للاشتقاق عند x_0 معناه:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l$$

أو $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l$

✖️ **غير قابلة للاشتقاق** إذا كانت النهاية ∞

⭐ **العدد المشتق:** l نرمز له $f'(x_0)$

📈 **نسبة التزايد:** $g(h)=\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

2 التفسير الهندسي

📍 **معادلة المماس** للمنحنى C_f عند النقطة $A(x_0\,;\,f(x_0))$:

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

↗️ $f'(x_0)$ هو **معامل توجيه** المماس

🎯 **التقريب التآلفي** (h قريب من 0):

$$f(a+h)\approx f'(a)\cdot h+f(a)$$

💡 إذا كانت لدينا معادلة المماس عند a، نعوّض a + h مباشرة فيها

3 العمليات على الدوال المشتقة 🧮

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$u+v$	$u'+v'$	$\lambda\cdot u$	$\lambda\cdot u'$
$u\times v$	$u'\cdot v+u\cdot v'$	u^n	$n\cdot u'\cdot u^{n-1}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$	$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u\circ v$	$(u'\circ v)\times v'$
$u(ax+b)$	$a\cdot u'(ax+b)$	💡 لا تنسَ ضرب u' في مشتقة ما بداخلها!	

4 اتجاه التغير والحصر

- $f'>0$ ⬅ f **متزايدة تماماً** على I ↗
- $f'<0$ ⬅ f **متناقصة تماماً** على I ↘
- $f'=0$ ⬅ f **ثابتة** على I ➡

🔒 **حصر دالة على $[a\,;\,b]$:**

- متزايدة: $f(a)\le f(x)\le f(b)$
- متناقصة: $f(b)\le f(x)\le f(a)$

5 القيم الحدية ⛰️

إذا **انعدمت** f' عند c **مغيّرة إشارتها** ⬅ f تقبل **قيمة حدية** f(c)

x	c
f'	$+\ 0\ -$
f	↗ max ↘

كبرى

x	c
f'	$-\ 0\ +$
f	↘ min ↗

صغرى

📏 $f'(c)=0$ ⬅ مماس **موازٍ لمحور الفواصل** عند $(c\,;\,f(c))$

6 نقطة الانعطاف 🌀

✔️ f' **تنعدم** عند c **ولا تغيّر إشارتها**

أو

✔️ f'' **تنعدم** عند c **مغيّرة إشارتها**

⬅ f **تقبل نقطة انعطاف** $(c\,;\,f(c))$

👀 **بيانياً:** هي النقطة التي **يخترق** فيها المماسُ المنحنيَ

7 الوضع النسبي لـ C_f و C_g

🧮 **حسابياً:** ندرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$

- $f(x)-g(x)>0$ ⬅ C_f **فوق** C_g ⬆️
- $f(x)-g(x)<0$ ⬅ C_f **تحت** C_g ⬇️
- $f(x)-g(x)=0$ ⬅ C_f **يقطع** C_g ✖️

📊 نفس الطريقة لدراسة الوضع بين منحنٍ ومستقيم